Probabilitat i estadística en la física d'Einstein, 1902-1916

Luis Navarro* **i Enric Pérez**†

Introducció

Enguany es compleixen cent anys de la primera presentació que Josiah W. Gibbs (1839-1903) i Albert Einstein (1879-1955) —de manera independent— van fer de la mecànica estadística de l'equilibri el 1902, i on entronitzaren el paper de la probabilitat i de l'estadística en la física del segle XX.[1] Però encara que fa més d'un segle que la probabilitat i l'estadística estan còmodament instal·lades en l'edifici de la ciència en general i de la física en particular, el significat dels conceptes involucrats i el grau de validesa de les aplicacions més notables han estat objecte d'un debat quasi permanent. I és que —cenyint-nos ja al cas exclusiu de la física— l'ús d'idees i mètodes probabilístics no s'ha ajustat a un patró únic; pensem que com a mínim han coexistit —i coexisteixen— tres maneres radicalment diferents d'entendre el paper de les descripcions probabilístiques.

La manera clàssica ha consistit a aplicar la teoria de la probabilitat a la descripció de fenòmens en els quals les lleis deterministes eren conegudes en un principi; però en certs casos no s'utilitzaven, sigui per la impossibilitat de conèixer les dades exactes per aplicar-la –com ara les forces i les condicions inicials de l'univers molecular—, sigui per la irrellevància dels resultats obtinguts en aplicar fidelment la teoria física pertinent, sigui per tots dos motius. Aquesta última actitud presideix la immensa majoria dels desenvolupaments de les teories cinètiques del segle XIX i culmina amb l'aparició de la mecànica estadística moderna, al principi del segle XX. Aquesta mena de probabilitat l'anomenarem *probabilitat metodològica*.

Però de vegades es recorre a la descripció probabilística no perquè sigui més còmoda per tractar determinades situacions, sinó perquè és l'únic element disponible —tenint en compte les teories vigents de l'època— per descriure els fenòmens en qüestió. És el cas que s'il·lustra amb els primers intents de descripció de les desintegracions radioactives. Encara que, en principi, es podia pensar en una futura comprensió de les raons per a la desintegració aparentment espontània de certs nuclis, cosa que implicaria una descripció determinista del fenomen, els tractaments inicials no van poder basar-se més que en una descripció probabilística. Ens referirem, en aquest cas, a una *probabilitat fenomenològica*; normalment apareix en la història de la física amb pretensions merament descriptives, no explicatives, cosa que fa que les teories que la inclouen es caracteritzin pel fet de tenir un grau elevat de provisionalitat.

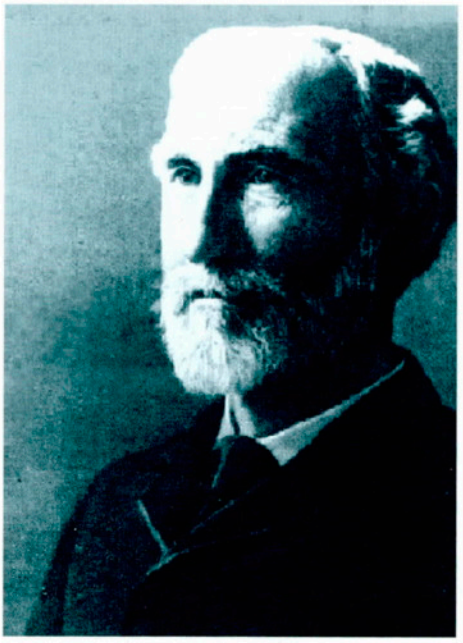

Figura 1: *Josiah W. Gibbs (1839-1903) publicà el 1902* Elementary principles in statistical mechanics, *la primera formulació rigorosa de la mecànica estadística de l'equilibri*

La mecànica quàntica sorgida el 1925 i 1926 incorpora una nova modalitat de descripció probabilística:

***Luis Navarro Veguillas** (Madrid, 1939) és doctor en Física per la Universitat de Barcelona (1965). Actualment és professor titular d'Història de la Ciència del Departament de Física Fonamental, de la Universitat de Barcelona.

†**Enric Pérez Canals** (Barcelona, 1974) és llicenciat en Física per la Universitat de Barcelona (1997). Actualment és doctorand en Història de la Física al Departament de Física Fonamental, de la Universitat de Barcelona.

[1] La diferència que establim entre *probabilitat* i *estadística* és la usual: la primera fa referència als possibles comportaments d'un sol element, i la segona fa referència genèrica al tractament i a l'estudi dels possibles comportaments de sistemes amb un nombre gran d'elements. Tot i així, l'estreta relació que hi ha entre una i altra —com ara també es posarà de manifest en la nostra exposició— no sempre permet deslligar totalment el significat dels dos mots, que esdevenen sovint sinònims. Nosaltres només els hem distingit clarament quan ens ha semblat que això tenia algun interès.

ara són les lleis microscòpiques bàsiques les que impliquen aquest tipus de descripció com a únic possible. Es tracta d'una característica essencial de la teoria en virtut de la qual, per exemple, el nostre màxim coneixement del comportament físic d'un àtom no ens podrà portar més que a prediccions de natura estadística dels fenòmens atòmics. Es tracta d'una *probabilitat essencial* que —segons és ara àmpliament admès, tenint en compte recents desenvolupaments teòrics contrastats amb certs experiments— no és compatible amb una descripció determinista subjacent que proporcioni, com a mínim, els mateixos resultats.

Aquestes tres maneres que suggerim d'entendre la probabilitat en la física no apareixen usualment diferenciades, ni en els treballs historiogràfics, ni en els mateixos manuals de física. Tot i que l'ambigüitat que caracteritza moltes vegades aquest concepte fa que la classificació que proposem no sigui sempre fàcil d'aplicar en els casos concrets, pensem que el fet de no distingir aquestes accepcions diferents provoca que l'anàlisi de certs episodis històrics en els quals la probabilitat hi té un paper destacat no presenti el rigor exigible. En el present treball tractarem de posar de manifest, en particular, com aquestes diferents nocions de probabilitat, no només es troben més o menys explícitament en l'obra científica d'Einstein, sinó que estan íntimament relacionades amb l'evolució del seu pensament al voltant del desenvolupament de la mecànica estadística i de la teoria quàntica en el període 1902-1916, anys que, com veurem, delimiten clarament les diferents concepcions assumides per Einstein i, en el fons, per la física.

La nostra anàlisi d'aquests influents episodis històrics l'entenem com a suficient per justificar la tesi central: la probabilitat és el nom vague d'una criatura, el destacat paper de la qual en la història de la física només es pot entendre amb propietat si se li assignen cognoms adequats.

Del càlcul de probabilitats a la teoria cinètica dels gasos

Com que l'objectiu principal d'aquest treball és analitzar diferents concepcions i usos de la probabilitat, sembla pertinent començar amb una breu introducció sobre el desenvolupament històric d'aquest concepte, que si bé apareix en la teoria cinètica dels gasos durant el segle XIX, ja tenia aleshores una llarga història.

Les discussions de caràcter conceptual arrenquen de segles enrere: nocions com ara *atzar, contingència, casualitat* i termes afins estan presents en els debats dels pensadors des de l'antiguitat. El pas del temps no ha delimitat l'accepció del terme; més aviat al contrari. El que es coneix com a *càlcul de probabilitats* (CP, d'ara endavant), sorgeix al voltant de 1660, i es desenvolupa principalment entorn de càlculs sobre jocs d'atzar, pels quals es van interessar personatges tan il·lustres com ara Blaise Pascal (1623-1662), Pierre Simon de Fermat (1601-1665) i Christian Huygens (1629-1695), entre d'altres. Simultàniament van emergir les primeres aplicacions en el camp de la demografia i de la política aritmètica.[2]

A partir de l'aparició dels primers documents, el CP es desenvolupa i adquireix gradualment una sofisticació més gran, fins que al principi del segle XIX, després de les aportacions decisives de Pierre Simon de Laplace (1749-1827), es pot considerar ja com una disciplina formalment establerta. En relació amb els objectius que ens hem proposat interessa recalcar aquí un paràgraf que justifica l'associació que normalment es fa entre Laplace i l'entusiasme mecanicista que va presidir el desenvolupament de la major part de les teories físiques fins ben entrat el segle XIX:[3]

«Així doncs, hem de considerar l'estat actual de l'univers com l'efecte del seu estat anterior i com la causa del que l'ha de seguir. Una intel·ligència que en un moment donat conegués totes les forces que animen la natura, així com la situació respectiva dels éssers que la componen, si a més fos suficientment àmplia per sotmetre a anàlisi aquestes dades, podria contenir en una sola fórmula els moviments dels cossos més grans de l'univers i de l'àtom més lleuger; res li seria incert i tant el futur com el passat estarien presents davant els seus ulls.»

Però Laplace prossegueix:[4]

«L'esperit humà ofereix, en la perfecció que ha sabut donar a l'astronomia, un dèbil esbós d'aquesta intel·ligència [...]. Tots els seus esforços per buscar la veritat tendeixen a aproximar-lo contínuament a la intel·ligència que acabem d'imaginar, però de la qual sempre romandrà infinitament allunyat [...]. La regularitat que l'astronomia ens mostra en el moviment dels cometes té lloc, sense cap mena de dubte, en tots els fenòmens. La corba descrita per una simple molècula d'aire o vapor està determinada d'una manera tan exacta com les òr-

[2] Els interessats en l'anàlisi historiogràfica de diferents qüestions relacionades amb els inicis i el desenvolupament del CP poden consultar, per exemple, TODHUNTER, I., *A history of the mathematical theory of probability*, Chelsea Publishing Company (1949); PEARSON, E. S. i KENDALL, M. (ed.), *Studies in the history of statistics and probability*, vol. 1, Charles Griffin (1970; reimprès el 1978); KENDALL, M. i PLACKETT, R. L. (ed.), *Studies in the history of statistics and probability*, vol. 2, Charles Griffin (1977); HACKING, I., *The emergence of probability*, Cambridge University Press (1975). [Hi ha versió castellana de J. A. Álvarez, *El surgimiento de la probabilidad*, Gedisa (1995)]; KRÜGER, L., DASTON, L. J. i HEIDELBERG, M. (ed.), *The probabilistic revolution*, vol. 1, *Ideas in history*, MIT Press (1987); KRÜGER, L., GIGERENZER, G. i MORGAN, M. S. (ed.), *The probabilistic revolution*, vol. 2, *Ideas in the sciences*, MIT Press (1989).

[3] LAPLACE, P. S., *Essai philosophique sur les probabilités* (1814). Hi ha una versió castellana de P. Castrillo, *Ensayo filosófico sobre las probabilidades*, Alianza Editorial (1985), pàg. 25 de la traducció. Les traduccions al català dels textos que apareixen a les citacions són responsabilitat nostra.

[4] Ib., pàg. 25-27.

bites dels planetes. Entre elles no hi ha més diferència que la derivada de la nostra ignorància. La probabilitat és relativa en part a aquesta ignorància i en part als nostres coneixements.»

Si s'analitzés detalladament —cosa que no forma part dels nostres objectius— aquesta actitud davant el coneixement probabilístic de les lleis de la natura, podríem descobrir-hi trets que guarden relació tant amb el nostre concepte de probabilitat metodològica com amb el de probabilitat fenomenològica: Laplace recorre a la probabilitat encara convençut de l'existència de les lleis deterministes —algunes de les quals utilitza en els seus tractaments mecànics—, bé que la seva aplicació exacta no està al nostre abast per pura incapacitat.

La probabilitat metodològica entra de ple, encara que amb matisos específics, en la física de la segona meitat del segle XIX. Ho fa bàsicament de la mà de la *teoria cinètica dels gasos*, l'objectiu de la qual consisteix a explicar el comportament d'aquests a partir del moviment de les molècules —aleshores això era encara motiu de moltes discussions— que els constitueixen; no obstant això, com és habitual en aquests casos, poden trobar-se múltiples precedents.[5]

L'aparició —i l'estudi— de multitud d'artefactes que funcionaven amb vapor, juntament amb altres factors diversos (per exemple, la *Naturphilosophie* alemanya preconitzava la fonamentació de la ciència en principis uniformadors, com menys especulatius millor), va conduir simultàniament a l'establiment de la transformabilitat energia-calor i del primer principi de la termodinàmica; així, des de mitjan segle XIX, va quedar establert que la calor és una forma d'energia. William Thomson (1824-1907) —més tard Lord Kelvin— i Rudolph Clausius (1822-1888) van reformular els teoremes relatius a màquines tèrmiques que Sadi Nicholas Carnot (1796-1832) havia obtingut el 1824; i el 1850-1851 van introduir un segon principi que, quinze anys després, va ser al seu torn reformulat per Clausius amb l'ajut del nou concepte d'*entropia*, i van quedar establerts els dos teoremes fonamentals de la teoria cinètica de la calor amb el famós enunciat:[6]

«1) L'energia de l'univers és constant.

2) L'entropia de l'univers tendeix a un màxim.»

Fins aquí la termodinàmica no havia recorregut a la probabilitat en les seves alternatives per consolidar-se. Va ser aleshores quan la teoria cinètica emprengué un nou rumb, intentant fonamentar la termodinàmica, recentment establerta, sobre unes bases mecanicistes, on figura Clausius com a cofundador, tant de la teoria cinètica com de la termodinàmica. És l'introductor d'idees fonamentals, basades en consideracions probabilístiques, que van resultar crucials per al desenvolupament posterior de la teoria cinètica com, per exemple, la consolidació —i l'aplicació— del concepte de *recorregut lliure mitjà*, així com l'obtenció d'expressions per a la distribució de la probabilitat dels diferents desplaçaments d'una partícula sotmesa a col·lisions.

Clausius —que no va col·laborar ni es va relacionar excessivament amb els científics de la seva època, per la qual cosa es pot afirmar que va seguir el seu propi programa d'investigació— va conviure en el temps amb un altre dels artífexs de la construcció de la teoria cinètica i que, implantada ja la probabilitat, va introduir el tractament estadístic: James Clerk Maxwell (1831-1879). Encara que universalment reconegut pels seus treballs en electromagnetisme, on va enunciar les lleis encara avui vigents per als camps electromagnètics, Maxwell fou el vertader introductor dels mètodes estadístics en la teoria cinètica dels gasos. La seva deducció de la llei de distribució de velocitats de les molècules d'un gas (1858) parteix ja de supòsits estadístics: a més de l'absència de direccions privilegiades, suposa independència estadística de les components de les velocitats, si bé canvia aquesta hipòtesi —el 1866— per la d'independència estadística de les velocitats de les molècules que col·lisionen.

S'ha de destacar aquí la notable —com a mínim— analogia formal existent entre la *llei de distribució de Maxwell* i l'anomenada *llei de l'error*. Convé assenyalar que el *càlcul d'errors* va ser una de les primeres aplicacions del CP que guardava relació amb la física. De fet, fins i tot fou el causant de molts dels desenvolupaments del CP abans de la introducció de la probabilitat en les ciències físiques. Després de citar un fragment de Maxwell en què aquest presenta una analogia entre el comportament de les molècules d'un gas i els individus d'una societat, Garber escriu: «De totes maneres, en la seva anàlisi inicial les seves analogies sempre són amb la teoria de l'error, i com li era tan assequible i també necessària, és més probable que aquí hi hagi l'origen de la seva funció de distribució.»[7]

Maxwell va generalitzar el teorema d'equipartició de l'energia per als graus de llibertat interns. El teorema, en la formulació original, prescrivia la repartició equitativa de l'energia d'un sistema entre els seus diferents graus de llibertat translacionals. A més del moviment translacional segons tres eixos perpendiculars, existei-

[5] Remetem el lector interessat en aquest tema a BRUSH, S. G. (1976). Hi ha una bona mostra d'articles originals reproduïts —en anglès— a BRUSH, S. G., *Kinetic theory. Selected readings in physics*, (3 vol.), Pergamon Press (1965-1971).

[6] Per a més detalls, vegeu per exemple, WOLF, S. L., Sir Benjamin Thompson Graf Rumford (1753-1814), Sadi Carnot (1796-1832) und Rudolph Clausius (1822-1888). A: VON MEYËNN, K., (ed.), *Die grossen Physiker, (erster Band), vol. 1, Von Aristoteles bis Kelvin*, C. H. Beck (1997), pàg. 289-302. L'enunciat dels dos principis apareix a la pàg. 302. En català, sobre termodinàmica, es pot consultar el recull de traduccions de Carnot, Clausius i Kelvin a JOU, D. (ed.), *Escrits fonamentals sobre el segon principi de la termodinàmica*, Institut d'Estudis Catalans/Eumo Editorial/Editorial Pòrtic (1999).

[7] GARBER, E., Aspects of the introduction of probability into physics, *Centaurus*, **17**, 11-39 (1972), pàg. 28.